Vyjádření přirozeného čísla v číselné soustavě

Každé přirozené číslo a lze zapsat pomocí polynomu ve tvaru

$a = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + ... + a_2 z^2 + a_1 z^1 + a_0 z^0$

kde a je číslo vyjádřené v číselné soustavě o základu z.

z je základ číselné soustavy, z je celé kladné číslo větší než jedna. Číslo z^i, kde i = 0, 1, ..., n se nazývá jednotka řádu i, nebo také jednotka i-tého řádu.

a_i jsou číselné koeficienty pro něž platí $a_i \langle 0,1,2, ..., z-1\rangle$. Nazýváme je *číslice* neboli *cifry* ; o číslici a_i říkáme, že je číslicí i-tého řádu, neboli číslicí řádu i.

n je počet řádových míst. Číslo a je n + 1 ciferné v soustavě o základu z.

Tento zápis nazýváme *rozvojem* čísla a v soustavě o základu z . Číslo a běžně píšeme zkráceně ve tvaru

$a = (a_n a_{n-1} ... a_1 a_0)_z$

který nazýváme *pozičním* zápisem přirozeného čísla a v soustavě o základu z. Označení *poziční* znamená, že každá číslice má v zápisu čísla na jiném místě (jiné pozici) odlišný význam. Například 724 se nerovná 742. Proto jsou tyto číselné soustavy nazývány *poziční* číselné soustavy. Příkladem *nepoziční* číselné soustavy jsou římské číslice.

V praxi se běžně používá soustava o základu deset (desítková, decimální), ve výpočetní technice ještě soustavy o základu dva (dvojková, binární) a šestnáct (šestnáctková, hexadecimální) a někdy i osm (osmičková, oktalová).

Desítková soustava

Desítkovou (decimální) soustavou je nazývána soustava o základu deset (z = 10). Používá deset číslic 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Jednotky některých řádů mají speciální názvy: 10 ... deset, 10^2 ... sto, 10^3 ... tisíc, 10^6 ... milión, 10^9 ... miliarda, 10^{12} ... bilión atd. Každé číslo lze v desítkové soustavě zapsat pomocí polynomu

$a = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + ... + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0$

Například číslo 3725 můžeme rozepsat

$3725 = 3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 = 3 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1$

Desítková soustava je nejrozšířenější číselnou soustavou, používanou téměř na celém světě. Byla pravděpodobně odvozena od počtu prstů na rukou. Tyto prsty jsou velmi často používány jako primitivní počítací stroj, zvláště malými dětmi, pro jednoduché matematické operace sčítání a odčítání.

Dvojková soustava

Dvojkovou (binární) soustavou je nazývána soustava o základu dva (z = 2). Používá pouze dvou číslic 0 a 1. Je používána především ve výpočetní technice. Každé číslo lze ve dvojkové soustavě zapsat pomocí polynomu

$a = a_n \cdot 2^n + a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + ... + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$

Šestnáctková soustava

Šestnáctkovou (hexadecimální) soustavou je nazývána soustava o základu šestnáct ($z = 16$). Používá šestnácti číslic; protože však v běžném životě používáme pouze deset číslic, jsou pro vyjádření zbývajících číslic použity písmena ze začátku abecedy. V šestnáctkové soustavě se tedy používají tyto číslice: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Každé číslo lze v šestnáctkové soustavě zapsat pomocí polynomu

$a = a_n \cdot 16^n + a_{n-1} \cdot 16^{n-1} + ... + a_2 \cdot 16^2 + a_1 \cdot 16^1 + a_0 \cdot 16^0$

Převádění zápisu přirozeného čísla z jedné číselné soustavy do druhé

1. ze soustavy o základu jiném než deset do desítkové soustavy

Přepočet čísla z libovolné soustavy o základu X do soustavy se základem 10 provedeme dosazením do polynomu. Například

$2012_3 = 2 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 2 \cdot 27 + 0 + 3 + 2 = 59$

$110110_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 32 + 16 + 4 + 2 = 54$

$D4_{16} = 13 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 = 208 + 4 = 212$

2. z desítkové soustavy do soustavy o základu jiném než deset

Přepočet se provádí pomocí dvou algoritmů, a to buďto postupným dělením čísla základem nové soustavy, nebo dělením čísla mocninou základu, která se postupně snižuje.

Přepočet dělením základem nové soustavy

V tomto případě dělíme číslo základem nové soustavy. Získaný (neúplný) podíl opět dělíme základem nové soustavy. Pokračujeme tak dlouho, dokud není neúplný podíl nula. Koeficienty a_i vycházejí jako zbytky dělení v pořadí $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$. Poziční zápis čísla v nové soustavě získáme tak, že napíšeme všechny zbytky v pořadí od konce do začátku $a_n a_{n-1} ... a_1 a_0$

Příklad: převeďte číslo $25_{(10)}$ do dvojkové soustavy.

Řešení:	25 : 2 =	12 + 1	$a_0 = 1$
	12 : 2 =	6 + 0	$a_1 = 0$
	6 : 2 =	3 + 0	$a_2 = 0$
	3 : 2 =	1 + 1	$a_3 = 1$
	1 : 2 =	0 + 1	$a_4 = 1$

Výsledek: $25_{(10)} = 11001_{(2)}$

Přepočet dělením mocninou základu

V tomto případě dělíme číslo nejvyšší možnou mocninou základu nové soustavy. Nejvyšší možná mocnina n základu z je taková, pro kterou je z^n menší nebo rovno převáděnému číslu a mocnina o jeden řád vyšší (z^{n+1}) je již větší než převáděné číslo. Zbytek po tomto dělení dělíme mocninou základu o jeden řád nižší než předchozí. Tento postup opakujeme až do dělení nultou mocninou. Koeficienty a_i vycházejí jako výsledek částečných dělení v pořadí a_{n-1}, a_{n-2},...,a_1, a_0. Poziční zápis čísla v nové soustavě získáme tak, že napíšeme všechny podíly v pořadí od začátku do konce $a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$

Příklad: převeďte číslo $25_{(10)}$ do dvojkové soustavy.

Řešení: $25 : 2^4 = 1 + 9$ $a_4 = 1$

$9 : 2^3 = 1 + 1$ $a_3 = 1$

$1 : 2^2 = 0 + 1$ $a_2 = 0$

$1 : 2^1 = 0 + 1$ $a_1 = 0$

$1 : 2^0 = 1 + 1$ $a_0 = 1$

Výsledek: $25_{(10)} = 11001_{(2)}$

Příklad: převeďte číslo $50_{(10)}$ do osmičkové soustavy.

Řešení: $50 : 8^1 = 6 + 2$ $a_1 = 6$

$2 : 8^0 = 2 + 0$ $a_0 = 2$

Výsledek: $50_{(10)} = 62_{(8)}$

Příklad: převeďte číslo $527_{(10)}$ do šestnáctkové soustavy.

Řešení: $527 : 16^2 = 2 + 15$ $a_2 = 2$

$15 : 16^1 = 0 + 15$ $a_1 = 0$

$15 : 16^0 = 15 + 0$ $a_0 = 15$ = F (v šestnáctkové symbolice)

Výsledek: $527_{(10)} = 20F_{(16)}$

3. mezi soustavami o základu jiném než deset

Přepočet můžeme provádět tím způsobem, že nejprve dané číslo vyjádříme v desítkové soustavě a to potom převedeme do požadované soustavy.