Doplněk k řešení základních operací s čísly o základu z = 2 , 8 ,16

1. Proveďte součet tří čísel (14 + 11 + 15)$_{10}$ vyjádřených v soustavě desítkové z = 10, v soustavě dvojkové (binární) z = 2
vytvoříme dvojkové ekvivalenty všech tří sčítanců

$14_d = 8 + 4 + 2$ tj. 1110_b
$11_d = 8 + 2 + 1$ tj. 1011_b
$15_d = 8 + 4 + 2 + 1$ tj, 1111_b

zapíšeme výrazy pro součet desítkových čísel a jejich dvojkových ekvivalentů

sčítanec	14	1 1 1 0	při sčítání tří a více sčítanců, je výhodné
sčítanec	11	1 0 1 1	psát přenosy ze součtu jednotlivých řádů
sčítanec	+15	+1 1 1 1	pod sebou. Přenos o dva řády nastává při
	-------	-------	součtu větším než tři, o tři řády při součtu
přenos	1	1	větším než sedm atd.
	-------	1 0	1 + 1 + 1 + 1 = 0 přenos je o dva řády
součet	**40**	1	1 + 0 = 1 + 1 = 1 0 + 0 = 0
		1 0	1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 1 a přenos o dva řády
		-----------	
součet		**1 0 1 0 0 0**	sepíšeme přenos 1 0

kontrola 32 + 0 + 8 + 0 + 0 + 0 = 40

2. Odečítání je obdobné, zápůjčku z vyššího řádu použijeme při odečítání jedničky od nuly, obecně při odečítání větší číslice od menší. využíváme poučku, že při odčítání větší číslice od menší zapíšeme 1 a do vyššího řádu převedeme zápůjčku 1

Vyjádřete rozdíl dvou čísel (41 – 28)$_{10}$ jako rozdíl dvojkových ekvivalentů v soustavě z = 2
vytvoříme dvojkové ekvivalenty obou odčítanců

$41_d = 32 + 0 + 8 + 0 + 0 + 1$ tj. 101001_b

$28_d = 16 + 8 + 4 + 0 + 0$ tj 11100_b

zapíšeme výraz pro odčítání dvou desítkových a binárních čísel, při odčítání využíváme poučku, že při odčítání větší číslice od menší zapíšeme do rozdílu 1 a do vyššího řádu převedeme zápůjčku 1

1 – 0 = 1 ; 1 – 1 = 0 ; **0 – 1 = 1 ; a do vyššího řádu zapíšeme 1**

		MSB LSB	
1. odčítanec	41	1 0 1 0 0 1	MSB nejvyšší významový bit
2. odčítanec	- 28	- 1 1 1 0 0	LSB nejnižší významový bit
	----------	-----------------	
zápůjčka	1	1 1 1 0 0	
	----------	-----------------	
rozdíl	13	0 0 1 1 0 1	

kontrola 0 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 13

MSB – Most Significant Bit LSB – Lest Significant Bit

slovně od LSB:
1- 0 = 1 zápůjčka 0;
0- 0 = 0 - zápůjčka 0 = 0 zápůjčka z vyššího řádu opět 0;
0- 1 = 1 - zápůjčka 0 = 1, do vyššího řádu píšeme zápůjčku 1;
1- 1 = 0 - zápůjčka 1 = 1, do vyššího řádu píšeme zápůjčku 1;
0-1 = 1 - zápůjčka 1 = 0, do vyššího řádu píšeme zápůjčku 1;
MSB 1- zápůjčka 1 = 0

3. Příklad rozdílu dvou šestnáctkových čísel. Vyjádřete rozdíl dvou čísel (244 – 157)$_{10}$, jako rozdíl šestnáctkových ekvivalentů v soustavě z = 16. Nejdříve vytvoříme šestnáctkové ekvivalenty obou čísel.

$244_d = 15 . 16^1 + 4 = 240 + 4$ - číslici 15 nahradíme písmenem F a přidáme zbytek 4

$244_d = F4_h$

$157_d = 9 . 16 = 144 + 13$ (D)

$157_d = 9D_h$

princip – odečítáme-li větší číslici od nižší , pak zbytek po odečtu bez ohledu na znaménko odečteme od základu soustavy z = 16 a provedeme zápůjčku do vyššího řádu

př. 4 – D = 4 – 13 = -9 a 16 – 9 = 7 výsledkem rozdílu je číslice 7 a zápůjčka z vyššího řádu 1. F – 9 – 1 = 5

1. odčítanec	244	F 4
2. odčítanec	- 157	-9 D
	-----	-----
zápůjčka	11	1
	-----	-----
rozdíl	87_d	$5\ 7_h$

kontrola $5 . 16^1 + 7 . 16^0 = 80 + 7 = 87$

procvičení:

A 7 C 3	3 – 5 = 2 16 – 2 = 14 t.j E zápůjčka 1
- 9 8 B 5	C – B = 1 – 1 (zápůjčka) = 0 zápůjčka 0
	7 – 8 = 1 16 – 1 = 15 tj. F zápůjčka 1
-----------	A – 9 = 1 – 1 (zápůjčka) = 0
1 0 1	

F 0 E	

při odečítání větší číslice od menší , zápůjčku z nižšího řádu přičteme k 2. odčítanci a výsledek bez ohledu na znaménko odečteme od základu soustavy.

př. odečtěte v oktalové soustavě čísla $(421 – 332)_o$

1. odčítanec	421	1 – 2 = 1 8 – 1 = 7 zápůjčka 1
2. odčítanec	- 332	2 – (3+1) = 2 8 – 2 = 6
	--------	
zápůjčka	1	

	67	

procvičte rozdíl dvou osmičkových šestnáctkových čísel čísel $(471 – 315)_o$, $(452 – 264)_h$
154 1EE

Vyjádření záporných čísel

Existují tři způsoby vyjádření záporných binárních čísel:

1. Vyjádření pomocí *znaménka a absolutní hodnoty*.
2. *Vyjádření pomocí jednotkového doplňku – F_{1k}.*
3. *Vyjádření pomocí dvojkového doplňku –F_{2k}*

ad1. Při vyjádření binárních čísel se používá nejvyšší významový bit jako bit znaménkový

- kladné číslo má znaménkový bit 0
- záporné číslo má znaménkový bit 1

při tomto druhu zobrazení je vždy za znaménkovým bitem absolutní hodnota daného čísla

MSB 5

př. zobrazíme číslo $+ 5_{10}$ tomu odpovídá 0101_2

MSB 5

$- 5_{10}$ tomu odpovídá 1101_2

Nula se při tomto zobrazení uvažuje pouze jako kladná nula (0000). Hodnota záporné nuly (1000) se zakazuje.

ad2. Vyjádření pomocí jednotkového doplňku – F_{1k}.

Záporná čísla vyjádřená pomocí jednotkového doplňku jsou doplňkem zobrazovaného čísla čísla F do čísla $2^N – 1$. Číslo $2^N – 1$ představuje jedničky ve všech bitech. Např. pro počet bitů

$N = 4$ je $(2^N – 1)_{10} = (2^4 – 1)_{10} = (16 – 1)_{10} = 15_{10} = (1111)_2$

$N = 5 \quad (2^5 – 1)_{10} = (32 – 1)_{10} = 31_{10} = 16 + 8 + 4 + 2 + 1$

$(1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)_2$

Vyjádření záporného čísla v jednotkovém doplňku je pak možné vyjádřit vztahem

$F_{1k} = (2^N – 1) – F$, kde F je dané zobrazované kladné číslo.

př. číslo $-5_{10} = 1111_2 – 0101_2 = 1010_2$

jednodušší vyjádření: jednotkový doplněk čísla F vyjádříme snadno negací binárního ekvivalentu čísla F ve všech bitech, viz příklad: použijeme opět číslo -5_{10} provedeme negaci binárního ekvivalentu tj. +5

$\overline{0101}_2 = 1010_2 = -5_{10}$ záporná nula 1111_2 je opět zakázaná

ad3. Vyjádření pomocí dvojkového doplňku

Dvojkový doplněk je nejčastěji používané zobrazení záporných binárních čísel. Záporné číslo ve dvojkovém doplňku je tvořeno jako doplněk čísla F do čísla 2^N, kde N je počet bitů binárního vyjádření čísla.

Dvojkový doplněk čísla -5_{10} pro N = 4 $\quad F_{2k} = 2^4 – 5 = 16 – 5 = 11_{10} = 1011_2$

Pro N = 5 a číslo -15_{10} $\quad F_{2k} = 2^5 – 15 = 17_{10} = 10001_2$

jednodušší vyjádření: dvojkový doplněk čísla F snadno vyjádříme tak, že všechny jeho bity pro dané N negujeme a k výsledku přičteme 1, viz příklad:

$5_{10} = 0101_2$ při čtyřbitovém vyjádření tedy N = 4; $15_{10} = 01111_2$ při pětibitovém vyjádření N= 5

$\overline{0101}_2 = 1010_2$	$\overline{01111}_2 = 10000$
+ 1	+ 1
-------	--------
$1011_2 = - 5$	$10001_2 = - 15$